ΛΥΣΕΙΣ

ΓΕΝΙΚΗ ΠΑΙΔΕΙΑ 2001

ΘΕΜΑ 1ο

Α.

α) Α . 4 , Β. 7, Γ. 6 , Δ. 3, Ε. 1

β) $(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x) - g'(x)f(x)}{(g(x))^2}$$

$[f(g(x))]' = f'(g(x))\, g'(x)$

Β.

α) $f_1'(x) = 3x^2 + συνx - 3ημx$

β) $f_2'(x) = 2(x-1)(x-1)' = 2(x-1)$

γ) $f_3'(x) = \dfrac{x'(x^2+1) - (x^2+1)'x}{(x^2+1)^2} = \dfrac{x^2+1-2x^2}{(x^2+1)^2} = \dfrac{1-x^2}{(x^2+1)^2}$

δ) $f_4'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x^2+3}} \cdot 2x = \dfrac{x}{\sqrt{x^2+3}}$

ε) $f_5'(x) = -ημ(2x+3) \cdot (2x+3)' = -2ημ(2x+3)$

ΘΕΜΑ 2ο

Τοποθετπύμε τους βαθμούς σε αύξουσα σειρά

3, 5, 7, 10, 11, 11, 11, 12, 14, 16

α)

$$δ = \frac{5^η παρ + 6^η παρ}{2} = \frac{11+11}{2} = 11$$

β)

$$\bar{x} = \frac{3+5+7+10+3\cdot 11+12+14+16}{10} = \frac{100}{10} = 10$$

γ)

$M_o = 11$

δ)

$R = 16 - 3 = 13$

ε)

$$s^2 = \frac{(3-10)^2+(5-10)^2+(7-10)^2+(10-10)^2+3\cdot(11-10)^2+(12-10)^2+(14-10)^2+(16-10)^2}{10} =$$

$$= \frac{49+25+9+0+3+4+16+36}{10} = 14{,}2$$

ΘΕΜΑ 3ο

Κλάσεις [-)	Κεντρικές τιμές x_i	Συχνότητα ν_i	Σχετική συχνότητα f_i	Αθροιστική σχετική συχνότητα $F_i\%$
1 – 5	3	8	0,2	20
5 – 9	7	12	0,3	50
9 – 13	11	14	0,35	85
13 – 17	15	4	0,10	95
17 – 21	19	2	0,05	100
Σύνολο	………	40	1	………..

ΘΕΜΑ 4ο

α)

$A = \mathbb{R}$ στο οποίο η f είναι παραγωγίσιμη με
$f'(x) = 3x^2 + 5 > 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$, άρα η συνάρτηση είναι γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$, επομένως δεν έχει ακρότατα

β)

$f''(x) = 6x$.

$f''(x) = 0 \Leftrightarrow 6x = 0 \Leftrightarrow x = 0$

Πρόσημο της f'' και μονοτονία της f'

x	$-\infty$	0	$+\infty$
f''	$-$	0	$+$
f'	$\searrow$	|	$\nearrow$

Από τον πίνακα βλέπουμε ότι η f' παρουσιάζει ελάχιστο για $x = 0$.
Το σημείο λοιπόν της γραφικής παράστασης στο οποίο η εφαπτομένη έχει τον ελάχιστο συντελεστή διεύθυνσης είναι το $(0, f(0)) = (0, 6)$

γ)

$$\lim_{x\to -1}\frac{x^3+5x+6}{x+1} = \text{Horner} = \lim_{x\to -1}\frac{(x+1)(x^2-x+6)}{x+1} = \lim_{x\to -1}(x^2-x+6) = 8$$